

Main Math Challenge 2022
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



TEAM CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 1.

Für die Rundfahrt mit einem Boot auf dem Main gibt es fünf Plätze, die mit den Sitznummer 1, 2, 3, 4 und 5 nummeriert sind. Es kommen fünf Gäste mit den passenden Platznummern, die auch in der Reihenfolge ihrer Platznummer erscheinen. Da der erste Gast betrunken ist, setzt er sich zufällig auf einen der 5 Sitzplätze, wobei jede Sitzplatzwahl für ihn gleichwahrscheinlich ist. Alle anderen Gäste verfahren nun wie folgt: Ist ihr Platz frei, dann werden sie diesen auch wählen. Ist er jedoch nicht frei, so wählen Sie zufällig einen der noch freien Plätze. Dabei ist dann jeder der noch verbliebenen Plätze gleichwahrscheinlich.

- a) Wie wahrscheinlich ist es, dass der fünfte Gast auf seinem Platz mit der Nummer 5 sitzt?
- b) Wenn das Boot nun 100 Sitzplätze hat und 100 Gäste kommen. In der Situation wie zuvor, wie wahrscheinlich ist es, dass der Gast mit Sitznummer 100 auch auf diesem Platz sitzen kann?
- c) Wenn es n Sitzplätze und n Gäste gibt, wie wahrscheinlich ist es dann, dass der Gast mit Sitznummer n in dem obigen Szenario auch auf seinen Sitzplatz kann?

Für die Team Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Bearbeiten Sie in dieser Zeit möglichst alle Aufgaben. Geben Sie Ihren Lösungsweg mit an. Pro Aufgabe können Sie bis zu 10 Punkte erreichen.

Main Math Challenge 2022
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



TEAM CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 2.

In Kugelhausen steht ein Brunnen, bei dem das Wasser an einer Stelle A , die 4 Meter über dem Boden liegt, in waagerechter Richtung strömt. Danach nimmt der Wasserstrahl die Form einer nach unten geöffneten Parabel mit Scheitelpunkt A an und trifft an einer Stelle S auf den Boden, die 1 Meter von dem unterhalb A gelegenen Punkt P des Bodens entfernt ist. Der Brunnen soll nun mit einer Kugel geschmückt werden, die an der Stelle P auf dem Boden aufliegt.

- Geben Sie die Gleichung an, die den Verlauf des Wassers beschreibt.
- Welche Größe darf der Kugelradius r maximal haben, damit der Wasserstrahl nicht auf die Kugel trifft? Die Dicke des Wasserstrahls soll dabei vernachlässigt werden.

Für die Team Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Bearbeiten Sie in dieser Zeit möglichst alle Aufgaben. Geben Sie Ihren Lösungsweg mit an. Pro Aufgabe können Sie bis zu 10 Punkte erreichen.

Main Math Challenge 2022
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik



TEAM CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 3.

Fünf intelligente Piraten P_1 , P_2 , P_3 , P_4 und P_5 leben zusammen auf einem Schiff und haben 100 Goldmünzen erobert, die es nun zu verteilen gilt. Für die Verteilung gehen sie wie folgt vor:

P_1 gibt einen Vorschlag für die Verteilung der Münzen und anschließend wird für diesen Vorschlag abgestimmt. P_1 darf hierbei mit abstimmen.

Falls 50% oder mehr für die Verteilung stimmen, dann erhält jeder die Münzen wie vorgeschlagen. Sind jedoch weniger als 50% für den Vorschlag, so wird P_1 von Bord geworfen und P_2 darf einen neuen Vorschlag für die Verteilung der Münzen auf die noch übrig gebliebenen Piraten machen.

Für P_2 gelten dann die gleichen Regeln wie zuvor für P_1 . Muss P_2 von Bord, so geht das Vorschlagsrecht an P_3 usw.

Wie viele Goldmünzen kann P_1 maximal behalten, wenn alle anderen Piraten aus reinem Eigeninteresse handeln und ihren Gewinn maximieren wollen?

Für die Team Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Bearbeiten Sie in dieser Zeit möglichst alle Aufgaben. Geben Sie Ihren Lösungsweg mit an. Pro Aufgabe können Sie bis zu 10 Punkte erreichen.

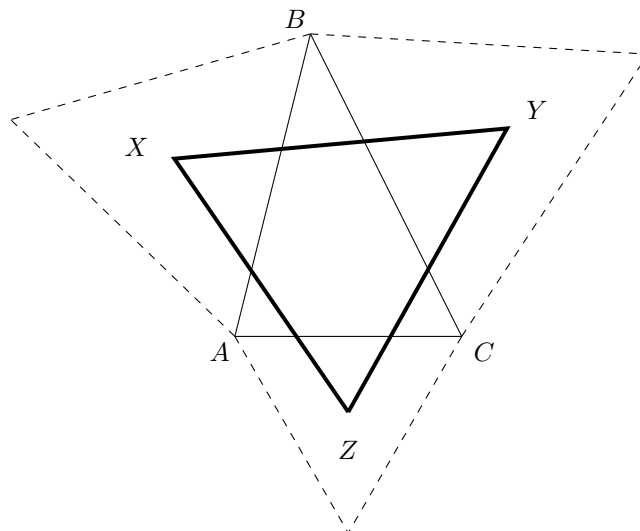


TEAM CHALLENGE

TEAMNAME:

Aufgabe 4.

Es sei ein Dreieck mit Eckpunkten A , B und C gegeben. An die jeweiligen Seiten werden gleichseitige Dreiecke gezeichnet und wir bezeichnen die Mittelpunkte dieser mit X , Y und Z (siehe nicht detailgetreue Skizze unten). Zeigen Sie, dass das Dreieck mit den Eckpunkten X , Y und Z gleichseitig ist.



Für die Team Challenge haben Sie 45 Minuten Zeit. Bearbeiten Sie in dieser Zeit möglichst alle Aufgaben. Geben Sie Ihren Lösungsweg mit an. Pro Aufgabe können Sie bis zu 10 Punkte erreichen.